SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ARITMÉTICA

Tema: MCD y MCM

Docente: Ramiro Díaz Vásquez

OBJETIVOS



1. Estudiar las definiciones del MCD y MCM; para aplicarlo en la resolución de problemas.
2. Estudiar los métodos para determinar el MCD y MCM.
3. Estudiar y aplicar las propiedades obtenidas a partir de las definiciones del MCD y MCM.

INTRODUCCIÓN



En muchas ocasiones nos encontramos en la necesidad de cercar un terreno usando estacas igualmente espaciadas y en la menor cantidad posible con la finalidad de ahorrar costos.



En otras ocasiones, resulta útil saber cuando coinciden 2 trenes que salen con diferentes frecuencias, o cuando debemos tomar dos medicamentos juntos los cuales se toman a intervalos diferentes.

En todos estos casos la aplicación correcta del MCD o del MCM nos permitirá determinar los valores que estamos buscando, por lo que su conocimiento resulta importante.

Máximo Común Divisor (MCD):

Como su nombre indica, el MCD de un grupo de números, es el mayor divisor que dichos número tienen en común.

Ejemplo:

Divisores

30: 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30

42: 1; 2; 3; 6; 7; 14; 28; 42

Divisores comunes:

1 ;2 ;3 ;6

Mayor

Por tanto:

$$MCD(30;42)=6$$

Esto ocurre porque: $30=6\times 5$ $\quad 42=6\times 7$

PESI

Se observa que:

- Los divisores comunes al grupo de números son los divisores del MCD.
- El MCD está contenido en cada uno de los números.

Aplicación 1:

Si se sabe que el MCD de tres números es 48, determine la suma de los divisores comunes de estos tres números.

Resolución:

Pide: La suma de los divisores comunes

Sea: $MCD(A;B;C)=48$

Recordemos que los divisores comunes de un grupo de números son los divisores del MCD, por lo que esto se puede aplicar también a la suma de divisores.

$$48=2^4\times 3$$

$$SD(48)=\frac{2^5-1}{2-1}\times\frac{3^2-1}{3-1}=31\times 4$$

$$SD(48)=124$$

Respuesta: 124

Mínimo Común Múltiplo (MCM):

Como su nombre indica, el MCM de un grupo de números, es el menor múltiplo que dichos número tienen en común.

Ejemplo:

Múltiplos

$30: \quad 30;\ 60;\ 90;\ 120;\ 150;\ 180;\ 210;\ 240;\ 270;\ ...$

$45: \quad 45;\ 90;\ 135;\ 180;\ 225;\ 270;\ 315;\ ...$

Múltiplos comunes: $90; 180; 270; ...$

Menor

Por tanto:

$$MCM(30;45)=90$$

Además:

$90=30\times 3$ $\qquad$ $90=45\times 2$

Se observa que:

- Los múltiplos comunes al grupo de números son múltiplos del MCM.
- El MCM contiene a cada uno de los números.

Aplicación 2:

Si se sabe que el MCM de dos números es 120, determine el primer múltiplo común de cuatro cifras que poseen estos dos números.

Resolución:

Piden: El primer múltiplo común de 4 cifras.

Sea: $MCM(A;B)=120$

Luego: $\overline{abcd}=120k$

$k \rightarrow 9$

$$\overline{abcd}=120\times 9=1080$$

Respuesta: 1080

MÉTODOS DE CÁLCULO PARA EL MCD Y MCM:

Por descomposición simultánea:

- Para el MCD se procede a determinar todos los factores comunes que puedan tener los números, hasta conseguir valores PESI.
- Para el MCM se procede a determinar primero todos los factores comunes que puedan tener los números y luego se continua con aquellos que no son comunes hasta obtener la unidad para cada número.

Ejemplos:

Determinar el MCD de 40; 60 y 120

$$\begin{array}{c|c} 40-60-120 & 2 \\ 20-30-60 & 2 \\ 10-15-30 & 5 \\ \underbrace{2-3-6}_{\text{PESI}} & \end{array}$$

$MCD(40;60;120)=¿\ 2\times2\times5=¿\ 20$

Determinar el MCM de 40; 60 y 120

$$\begin{array}{c|c} 40-60-120 & 2 \\ 20-30-60 & 2 \\ 10-15-30 & 5 \\ 2-3-6 & 3 \\ 2-1-2 & 2 \\ 1-1-1 & \end{array}$$

$MCM(40;60;120)=¿\ 2^3\times5\times3\ ¿120$

b) Por descomposición canónica:

- Para el MCD se procede a extraer todos los factores primos comunes de las D.C. con el menor exponente con el que se encuentren escritos.
- Para el MCM se procede a extraer todos los factores primos (comunes y no comunes) con el mayor exponente con el que se encuentren escritos.

Ejemplos:

Determinar el MCD de 40; 60 y 120

$$40 = 2^3 \times 5$$
$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$
$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$MCD(40;60;120) = 2^2 \times 5 = 20$$

Determinar el MCM de 40; 60 y 120

$$40 = 2^3 \times 5$$
$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$
$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

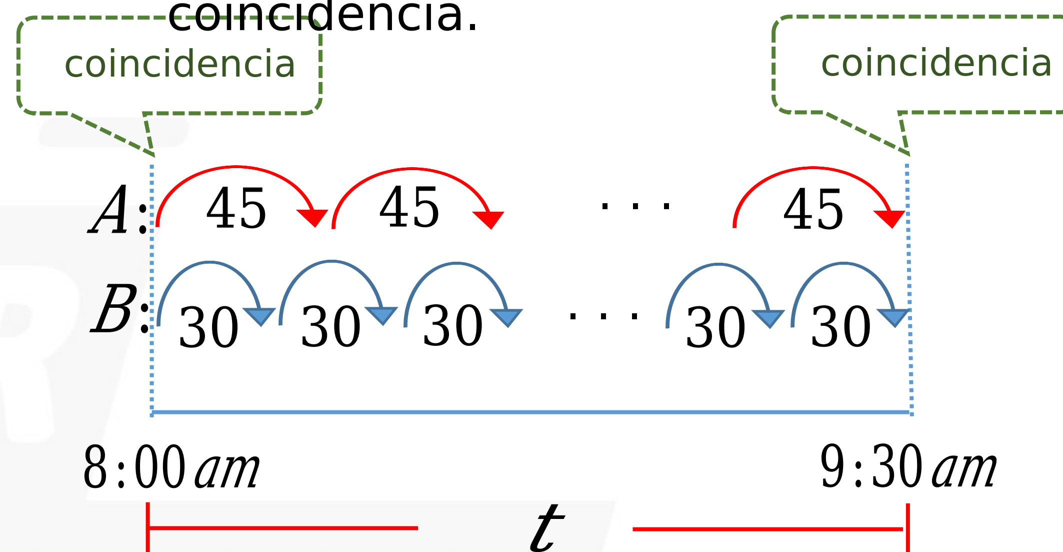
$$MCM(40;60;120) = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

Aplicación 3:

En el aeropuerto Jorge Chávez, hay dos líneas aéreas que realizan vuelos a Cartagena. Una de las líneas realiza vuelos cada 45 minutos y la otra cada 30 minutos. Si a las 8:00 a.m. coinciden en la hora de despegue por primera vez, ¿a qué hora volverán a coincidir en la hora de despegue?

Resolución:

Piden: La hora a la que ocurrirá la 2da coincidencia.



Se observa que el tiempo debe ser múltiplo de 45 y 30.

$$t = MCM(45;30) = 90$$

Ver el ejemplo de MCM en donde se determinó el MCM de estos dos valores.

Luego:

$$8:00\,a.m. + 90\,minutos = 9:30\,a.m.$$

Respuesta: 9:30 a.m.

c) Por divisiones sucesivas (Algoritmo de Euclides) :

(Solo para el MCD de 2 números)

Ejemplo:

Calcular el MCD de 128 y 296

Cocientes

Mayor número

Menor número

	2	3	5
296	128	40	8
	40	8	0

Residuos

8 → MCD

Luego el es: 8

Obsérvese que al ser divisiones inexactas (salvo la última), estas pueden ser realizadas por defecto o por exceso.

Aplicación 4:

Se tienen 2 números y . Al calcular el por el algoritmo de Euclides se obtuvo los cocientes 1, 3 y 4. Halle el menor de dichos números, si se sabe que se cumple .

Resolución:

Piden: El menor de los números

Asumiendo que: $MCD(A;B)=d$

	1	3	4
$A=¿\,17d$	$B=¿\,13d$	$4d$	d
	$4d$	d	0

Entonces: $A+B=1350$

$17d+13d=1350$

$30d=1350$

$d=45$

$B=¿13(45)$

$¿585$

Respuesta: 585

Propiedades del MCD y MCM:

Para solo dos números:

Sean los números: $A = d \times p$ $B = d \times q$

Donde se cumple que: p y q son PESI

Entonces: $MCD(A;B) = d$

$MCM(A;B) = d \times p \times q$

Además, se cumple:

$MCD(A;B) \times MCM(A;B) = A \times B$

Si y son dos números PESI:

$MCD(A;B) = 1$ $MCM(A;B) = A \times B$

Para dos o más números:

Sean: $MCD(A;B;C) = d$ $MCM(A;B;C) = m$

Entonces:

$MCD(nA;nB;nC) = nd$ | $MCM(nA;nB;nC) = nm$

$MCD\left(\frac{A}{k};\frac{B}{k};\frac{C}{k}\right) = \frac{d}{k}$ | $MCM\left(\frac{A}{k};\frac{B}{k};\frac{C}{k}\right) = \frac{m}{k}$

$MCD(A^{□};B^{□};C^{□}) = d^{□}$ | $MCM(A^{□};B^{□};C^{□}) = m^{□}$

Donde: $n \in \mathbb{Z}^{+}$ $k \in \mathbb{Z}^{+}$ $□ \in \mathbb{Q}^{+}$

Solo para el MCD:

Sean: $A = k^{□} - 1$ $B = k^{□} - 1$ $C = k^{□} - 1$

Entonces: $MCD(A;B;C) = k^{MCD(□;□;□)} - 1$

Aplicación 5:

Si ; determine la suma de cifras de .

Resolución:

Piden: la suma de cifras de .

Sabemos que: por ser consecutivos son **PESI**.

Propiedad:

1

$\rightarrow n=34$

Por lo tanto, la suma de cifras de es 7

Respuesta: 7

Aplicación 6:

Sean $A=\underbrace{333\ldots3_7}_{\text{20 cifras}}$ y $B=\underbrace{333\ldots3_7}_{\text{30 cifras}}$

Calcular la suma de cifras del MCD de A y B al ser expresado en la base 7

Resolución:

Piden: calcular la suma de cifras del MCD(A,B)

Sea:

$$H=MCD(A,B)$$

$$2H=MCD(2A,2B)$$

$$2H=MCD(\underbrace{66\ldots6_7}_{\text{20 cifras}},\underbrace{66\ldots6_7}_{\text{30 cifras}})$$

$$2H=MCD(7^{20}-1,7^{30}-1)$$

$$2H=7^{10}-1$$

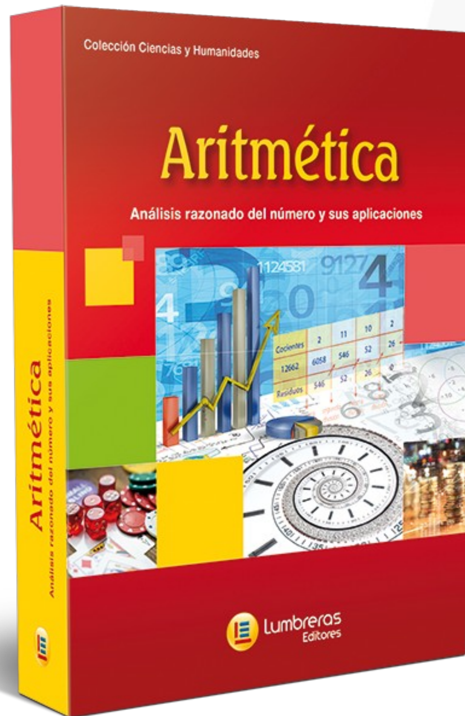
$$2H=\underbrace{666\ldots6_7}_{\text{10 cifras}}$$

$$H=\underbrace{333\ldots3_7}_{\text{10 cifras}}$$

Por lo tanto, la suma de cifras es 30

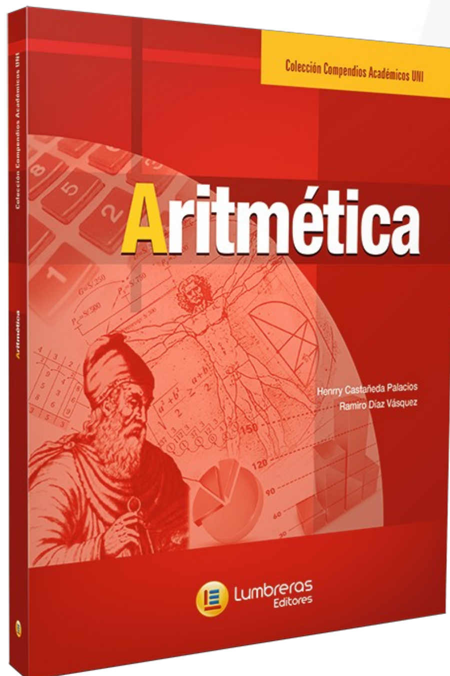
Respuesta: 30

COLECCIÓN CIENCIAS Y HUMANIDADES



- Indispensable para profundizar el conocimiento de la aritmética.
- Su estructura presenta objetivos, introducción en cada tema, teoría amplia y desarrollada con ejemplos y aplicaciones, preguntas resueltas y preguntas propuestas tipo examen de admisión.

COLECCIÓN COMPENDIOS ACADÉMICOS UNI



- Estos libros le ayudarán a consolidar sus conocimientos con los temas más frecuentes en exámenes de admisión.
- Su estructura presenta teoría resumida y didáctica, problemas propuestos y sección de claves.



GRACIAS